

1 Il domino

Con dieci pezzi del domino (da 0-0 a 3-3), Anna vuole realizzare una catena. Ha già sistemato sette pezzi in modo tale che i numeri vicini di due pezzi del domino abbiano sempre una differenza uguale a 1. Adesso deve sistemare ancora tre pezzi (1-2, 0-1, 2-3) ma vuole sempre rispettare questa regola.

Quale pezzo sistemerà nella catena, dove c'è il punto di domanda ?

| | | | | | | | | | | | | | | | | | |
|---|---|--|---|---|--|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|
| 0 | 0 | | 1 | 1 | | 0 | 3 | 2 | 0 | 1 | 3 | ? | ? | 2 | 2 | 3 | 3 |
|---|---|--|---|---|--|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|

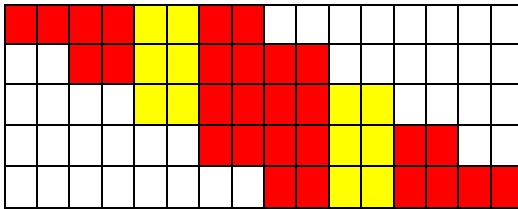
| | | | | | | | | | | | | | | | | | | | |
|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|
| 0 | 0 | 0 | 1 | 0 | 2 | 0 | 3 | 1 | 1 | 1 | 2 | 1 | 3 | 2 | 2 | 2 | 3 | 3 | 3 |
|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|

| | | | | | | | | | | | | | | | | | | | |
|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|
| 0 | 0 | 1 | 0 | 1 | 1 | 2 | 1 | 0 | 3 | 2 | 0 | 1 | 3 | 2 | 3 | 2 | 2 | 3 | 3 |
|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|

2 Le candele di Carla

Di candele, Carla ne ha 5 e ogni due ore ne accende una. Ogni candela rimane accesa, prima di spegnersi, consumata, esattamente 8 ore.

Per quante ore, 3 candele (e solo 3) rimangono contemporaneamente accese?



per 4 ORE

3 Il compleanno

Per festeggiare i suoi 11 anni, Luca ha invitato degli amici a casa. Tutti i suoi amici hanno 11 anni, tranne due che ne hanno 10 e uno che ne ha 12. Complessivamente, Luca e i suoi amici totalizzano 109 anni.

Quanti amici ha invitato Luca ?

$109+1=110$ totale degli anni se tutti avessero 11 anni

$110:11=10$ ragazzi presenti compreso Luca

Amici di Luca: $10-1=9$

4 I borsellini di Milena

Ognuno ha i suoi gusti e Milena colleziona borsellini. Ognuno dei suoi borsellini contiene una o più monete da 1 Euro ma non ce ne sono due che contengano lo stesso numero di monete.

Quanti borsellini ha Milena, al massimo, sapendo che in tutto possiede 60 Euro?

$$1+2+3+4+5+6+7+8+9+10+11=66$$

ELIMINO QUELLO DA 6

$$1+2+3+4+5+7+8+9+10+11=60 \text{ €}$$

5 Buon compleanno, campionati !

Nando scrive, come primo numero, 1986 che è l'anno in cui si è tenuta la prima edizione dei "Campionati Internazionali di Giochi Matematici". Poi, ottiene e scrive il secondo numero aggiungendo a 1986 una delle sue cifre (1, o 9, o 8, o 6).

Va avanti e sceglie una cifra del secondo numero che aggiunge allo stesso secondo numero, per ottenere e scrivere un terzo. Dopo aver ripetuto più volte il procedimento – sceglie una cifra dell'ultimo numero scritto e la aggiunge allo stesso, per ottenere il successivo – alla fine ottiene e scrive 2014. Quanti numeri ha scritto, al minimo, Nando?

A ritroso: 2014 2007 1998 1994 1986

6 Sempre 2.

Scrivete, in ordine crescente, tutti i numeri naturali la somma delle cui cifre vale 2 : 2, 11, 20, 101, 110, 200, 1001, 1010, 1100, 2000,

In questa sequenza, quale posto occuperà il numero 2.000.000 ?

1 cifra: 1 2
 2 cifre: 2 11, 20
 3 cifre: 3 101, 110, 200
 4 cifre: 4 1.001, 1.010, 1100, 2.000
 5 cifre: 5 10.001, 10.010, 10.100, 11.000, 20.000
 6 cifre: 6 100.001, 100.010, 100.100, 101.000, 110.000, 200.000
 7 cifre: 7 1.000.001, 1.000.010, 1.000.100, 1.001.000, 1.010.000, 1.100.000, 2.000.000
 $1+2+\dots+6+7=28^\circ$

7 A tavola !

Il PRISTEM è andato in vacanza e 9 amici del PRISTEM – li potete indicare con le lettere A,B,C,D,E,F,G,H,I – si sono sistemati in uno stesso albergo. Ogni sera cenano assieme in 3 tavole rotonde, 3 per tavola. Durante la vacanza, ognuno di loro è stato vicino di tavola di ognuno degli altri amici esattamente due volte, avendo questo amico una volta alla propria destra e una volta alla propria sinistra. **Quanti giorni è durata la vacanza?**

8 GIORNI

ABC,DEF,GHI; ACB,DFE,GIH; Ogni due sere i tavoli restano con gli stessi amici, due di loro si scambiano di posto.
 ADG,BEH,CFI; AGD,BHE,CIF;
 AEI,BFG,CDH; AIE,BGF,CHD
 AFH,BDI,CEG AHF,BID,CGE

8 L'addizione misteriosa

Collocate tutte le cifre da 0 a 9 nelle caselle della figura in modo che il risultato dell'addizione sia giusto e il più grande possibile.

Quale sarà questo risultato?

| | | | |
|---|---|---|---|
| | 8 | 5 | 9 |
| | 7 | 4 | 3 |
| 1 | 6 | 0 | 2 |

9 Il cubo fa la lampada

Sulle facce di un cubo sono state poste delle lampade. Su ognuna delle 6 facce se ne contano esattamente 8, poste sul bordo in modo che tra ciascuna lampada e la successiva ci sia la stessa distanza. **In totale, quante lampade ci sono al minimo?**

1 lampada al centro di ognuno dei 12 spigoli e 1 lampada in ognuno degli otto vertici. $12+8=20$

10 Indovina le lettere !

FFJM è un numero di 4 cifre; JEU è un numero di 3 cifre; FFJM è anche la somma di JEU con 2014.

Sapendo che una stessa lettera rappresenta sempre la stessa cifra e che due lettere diverse rappresentano due cifre diverse, **quale cifra si nasconde dietro le lettere F, J, M, E, U ?**

| | | | |
|---|---|---|---|
| | J | E | U |
| 2 | 0 | 1 | 4 |
| F | F | J | M |

| | | | |
|---|---|---|---|
| | 1 | 9 | 6 |
| 2 | 0 | 1 | 4 |
| 2 | 2 | 1 | 0 |

11 Mathcity, in autobus

Mathcity è in realtà un villaggio a pianta quadrata con ogni lato lungo 5 km. Le sue vie (la loro larghezza è trascurabile) lo dividono in blocchi anch'essi quadrati di 200 m di lato. Il percorso dell'autobus di Mathcity è un circuito chiuso di 10 km di lunghezza.

Qual è, al massimo, l'area in km² situata all'interno di questo circuito?

Il più vicino possibile ad un quadrato con numero pari di ettometri. ($10:4=2,5$ km = 2500 m, $2500:200=12,5$ blocchi . Un rettangolo di 13x12 blocchi, i lati misurano 2400 e 2600 m)

$2,6 \times 2,4 = 6,24$ km²

12 Arsenio in azione

La cassaforte su cui Arsenio ha messo gli occhi ha una tastiera con le tre lettere A,B,C e il codice segreto, che permette di aprirla, è una sequenza di tre lettere (con A, B e C che possono eventualmente essere ripetute due o tre volte). Se gli ultimi tre tasti schiacciati sono quelli che formano il codice segreto, la cassaforte si apre. Grazie alla soffiata di un complice, Arsenio sa che il codice comincia con A e ha quindi nove possibilità.

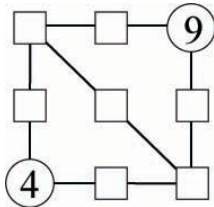
Quante volte, al massimo, Arsenio dovrà schiacciare i tasti per aprire la cassaforte?

AAABA ACABB ABCAC BACC 19 VOLTE
AAA AAB AAC
ABA ABB ABC
ACA ACB ACC

13 Numeri a due cifre

In ciascuno dei sette quadrati (vuoti) della figura scrivete un numero di due cifre in modo che :

- i sette numeri siano tutti diversi tra loro;
- su ciascuno dei cinque allineamenti indicati con un segmento, il numero al centro sia il minimo comune multiplo degli altri due;
- nella diagonale, il numero in alto a sinistra sia maggiore di quello in basso a destra.



| | | | |
|----|--|--|----|
| hB | | | 9 |
| | | | |
| | | | |
| 4 | | | kA |

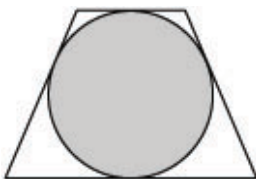
| | | |
|----|----|----|
| 15 | 45 | 9 |
| | | |
| 60 | 30 | 90 |
| 4 | 20 | 10 |

14 Cerchi e trapezi

In figura vedete un trapezio isoscele, le cui basi misurano 14 e 20 cm, tangente a una circonferenza.

Qual è (in cm²) l'area del cerchio?

P.S. Se necessario, scrivete $22/7$ al posto di π e arrotondate il risultato delle operazioni all'intero più vicino.



Teorema di Euclide

$$R^2 = 7 \times 10 = 70$$

$$\text{Area cerchio: } 70 \pi = 70 \times 22/7 = 220$$

15 Al cinema

Le poltrone di una sala cinematografica sono numerate da 1 a 2014, partendo dalla prima file (quella più vicina allo schermo) e da sinistra a destra. Così, ad esempio, la poltrona n. 2 si trova all'intersezione della prima fila con la seconda colonna.

Sapendo che le varie file hanno tutte lo stesso numero di poltrone, **qual è la poltrona che si trova all'intersezione della 20.esima file con la 14.esima colonna?**

$$\text{Scomposizione di } 2014 = 2 \times 19 \times 53$$

a) 38 righe da 53 posti:

$$19 \times 53 + 14 = 1007 + 14 = 1021$$

- b) 106 righe da 19 posti:
 $19 \times 19 + 14 = 361 + 14 = 375$
 c) 53 righe da 38 posti:
 $19 \times 38 + 14 = 722 + 14 = 736$

16 Super-resistente

Un'azienda che fabbrica vasi ha inventato un modello super-resistente. Un addetto al test di qualità deve verificare il piano di un palazzo dal quale il vaso può essere lasciato cadere senza rompersi. Il piano è al minimo il primo piano (l'ingresso del palazzo è considerato il piano 0) e al massimo il sedicesimo. L'azienda ha consegnato all'addetto al test due vasi che lascerà cadere a terra e può quindi rompere (tutte le prove, e le cadute, a cui un vaso è sottoposto non cambiano le sue caratteristiche tecniche .. se non si rompe) **Nel caso più sfavorevole, qual è al minimo il numero di test che garantisce l'individuazione del piano più alto da cui il vaso può essere lasciato cadere senza rompersi?**

Parto dal 6° piano

- R 2° piano se R fine RR 1°
 se S 3° piano se R fine RSR 2°
 se S 4° piano se R fine RSSR 3°
 se S 5° piano se R fine RSSSR 4°
 se S fine RSSSS 5°

- S 10° piano se R 7° piano se R fine SRR 6°
 se S 8° piano se R fine SRSR 7°
 se S 9° piano se R fine SRSSR 8°
 se S fine SRSSS 9°
 se S 13° piano se R 11° piano se R fine SSRR 10°
 se S 12° piano se R fine SSRSR 11°
 se S fine SSRSS 12°
 se S 15° piano se R 14° piano se R fine SSSRR 13°
 se S fine SSSRS 14°
 se S 16° piano se R fine SSSSR 15°
 se S fine SSSSS 16°

il numero dei piani massimo è in funzione del numero dei tentativi:

| n | P |
|---|----|
| 0 | 1 |
| 1 | 2 |
| 2 | 4 |
| 3 | 7 |
| 4 | 11 |
| 5 | 16 |

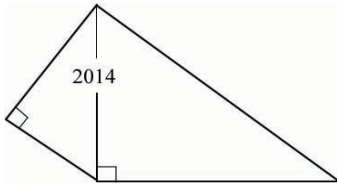
$P(n) = n(n+1)/2 + 1$
 $n=5 \quad P(5) = 5 \times 6 / 2 + 1 = 16$

$A=B=5 \quad h=3, k=2$

17 L'eredità

Amerigo e Renato hanno ricevuto in eredità il terreno che vedete in figura e il cui perimetro è minore di 10.000 decimetri. Se lo sono diviso in due parti che hanno la forma di un triangolo rettangolo il cui lato comune ha una lunghezza di 2014 dm.

Qual è esattamente il perimetro dell'intero terreno?



TERNA PITAGORICA GENERALIZZATA

Dati due numeri interi a, b con $a > b$

1° cateto: $a^2 - b^2$, 2° cateto: $2ab$, ipotenusa: $a^2 + b^2$

1° triangolo rettangolo: $a=53, b=19$; 1° cateto: $53^2 - 19^2 = 2809 - 361 = \mathbf{2448}$, 2° cateto: $2 \times 53 \times 19 = 2014$, ipotenusa: $53^2 + 19^2 = 2809 + 361 = \mathbf{3170}$

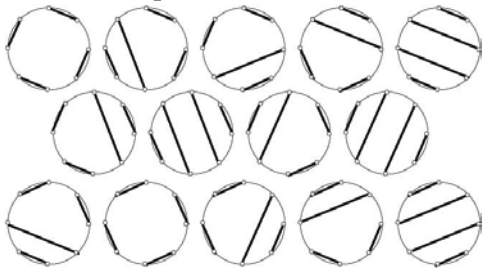
2° triangolo rettangolo: ipotenusa $= 2014 = 2 \times 19 \times 53 = 2 \times 19 \times (49 + 4) = 2 \times 19 \times (7^2 + 2^2)$, 1° cateto: $2 \times 19 \times (7^2 - 2^2) = 2 \times 19 \times (49 - 4) = 2 \times 19 \times 45 = \mathbf{1710}$, 2° cateto: $2 \times 19 \times 2 \times 7 \times 2 = \mathbf{1064}$,

Perimetro: $1064 + 1710 + 3170 + 2448 = 8392$ dm

18 La caccia ai fantasmi

Ci sono N cacciatori, a caccia di N fantasmi. Ogni cacciatore è dotato di un laser in grado di eliminare un fantasma con l'emissione di un raggio, che si propaga in linea retta e termina la sua corsa toccando un fantasma. I percorsi seguiti dai raggi laser, che vengono emessi contemporaneamente, non possono mai intersecarsi. Cacciatori e fantasmi sono collocati in $2N$ punti equidistanti su una circonferenza. Per $N = 1, 2, 3, 5$ il numero di strategie vincenti è rispettivamente $1, 2, 5, 42$. Per $N = 4$, la figura illustra le 14 strategie vincenti.

Quante sono per $N=7$?



Settimo numero di Catalan:

$$14! / (7! \times 8!) = 429$$

Numeri di Catalan:

1, 2, 5, 14, 42, 132, 429