

ALLENAMENTI QUARTI DI FINALE
CAMPIONATI INTERNAZIONALI DI GIOCHI MATEMATICI
MARZO 2021

1. I NUMERI DI JACOPO

Jacopo ha scritto alcuni numeri sul proprio quaderno: 2001, 2003, 2006, 2010, 2015, 2021. Quali numeri avrebbe scritto Jacopo, seguendo una sua logica, immediatamente prima di 2001 e subito dopo 2021?

SOLUZIONE:

2000 e 2028.

A ogni passaggio la differenza tra un numero e quello che lo precede aumenta di 1 (2003-2001=2, 2006-2003=3, 2010-2006=4 ...) allora 2001-1=2000 e 2021+7=2028.

2. SEI CIFRE

Qual è il più grande numero di sei cifre, tutte diverse, tale che due cifre vicine non siano mai tra loro consecutive?

SOLUZIONE:

975864

3. CINQUE PARTITE

A casa dei nonni ci sono 5 nipoti, 4 femmine e 1 maschio, che fanno 5 partite a carte. Il premio in palio consiste in caramelle. Nella prima partita, i 4 nipoti che hanno perso danno al vincitore 1 caramella ciascuno. Nella seconda partita, i 4 nipoti che hanno perso danno al vincitore 2 caramelle ciascuno e così via fino alla quinta partita, nella quale i 4 nipoti che hanno perso danno al vincitore 5 caramelle ciascuno.

Angelo, che ha vinto solo la seconda partita, verifica che il bilancio è negativo. Quante caramelle ha perso Angelo?

SOLUZIONE:

5 caramelle.

Nella seconda partita Angelo ha vinto 8 caramelle (2×4); nelle altre quattro partite ha perso 13 caramelle (1+3+4+5). Complessivamente ha perso 5 caramelle.

4. I CARTONCINI

Sul mio banco ho raccolto molti cartoncini con il numero 20 e molti altri con il numero 21. Accostando tra loro tre dei numerosi cartoncini, con il numero 20 oppure con il numero 21, costruisco dei numeri di sei cifre. Quanti numeri diversi posso ottenere?

SOLUZIONE:

8 numeri.

Utilizzando tre cartoncini con il numero: 202020; o due cartoncini con il numero 20 ed uno con il numero 21: 202021 – 202120 – 212020; o un solo cartoncino con il numero 20 e due con il numero 21: 202121 – 212021 – 212120; o tre cartoncini con il numero 21: 212121.

5. PICCOLI REGALI

Alessandro ha acquistato dei piccoli regali da distribuire alla sua festa di compleanno, cui partecipano 26 suoi amici. Al supermercato ha trovato, in offerta, quello che cercava in una confezione contenente otto regalini costa 24 euro, mentre lo stesso regalino preso singolarmente costava 4 euro. Alessandro ha acquistato 4 confezioni. Dopo la festa, si rende conto che avrebbe potuto spendere meno. Quanti euro ha speso Alessandro più del necessario?

SOLUZIONE:

16 euro.

Per le quattro confezioni ha speso 96 euro. Avrebbe potuto acquistare 3 confezioni da 8 regalini e due regalini singoli; in questo caso avrebbe speso $3 \times 24 + 2 \times 4 = 72 + 8 = 80$ euro. La differenza è di 16 euro.

6. CINQUE FRECCETTE

Marco ha un grosso bersaglio suddiviso in tre cerchi concentrici. I tre raggi misurano 5 cm, 9 cm e 12 cm. I punteggi delle tre regioni sono: 5, 9 e 12 punti.

Lanciando 5 freccette, Marco ha ottenuto 36 punti.

Scrivete, in ordine crescente i cinque punteggi ottenuti, tutti positivi.

SOLUZIONE:

5, 5, 5, 9, 12.

Dato che 36 è un numero pari, e due dei tre possibili punteggi è dispari, allora deve aver colpito quattro numeri dispari e una volta il numero 12 (non tre volte perché avrebbe già totalizzato 36 punti). Con le quattro freccette, potendo ottenere 5 o 9 punti con ognuna, e dovendo totalizzare 24 punti, Marco avrà colpito tre volte il 5 e una volta il 9.

7. DUE L

Due figure uguali a forma di L sono state ricavate da un quadrato che misura 50 cm \times 50 cm.

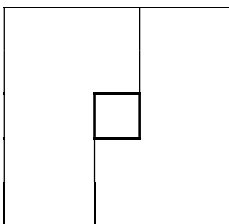
Il restante quadrato centrale misura 10 cm per lato.

Qual è il perimetro, in centimetri, di ognuna delle due figure a forma di L?

SOLUZIONE:

160 cm.

I lati verticali misurano complessivamente 100 cm ($50 + 20 + 30$), quelli orizzontali 60 cm ($30 + 20 + 10$).



8. LA SFIDA DI OGGI

Alice sfida Bob: “La somma dei primi 5 numeri dispari ($1+3+5+7+9$) vale 25. Quanto vale la somma dei primi 50 numeri dispari?”

Dopo soli due secondi, Bob ha dato la risposta esatta!

Qual è stata?

SOLUZIONE:

2500.

La somma dei primi n numeri dispari vale n^2 .

9. COMPRAVENDITA DI CELLULARI

Alessandra compra un cellulare a 200 € e subito lo rivende a 220 €. Pentita lo ricompra a 250 €, per poi rivenderlo a 260 €. Quanti euro ha guadagnato complessivamente Alessandra?

SOLUZIONE:

30 euro.

Con la prima compra/vendita guadagna 20 €, con la seconda guadagna 10 €.

10. LA SFIDA DI IERI

Alice ha sfidato Bob con la somma dei numeri dispari perché ieri Bob le aveva lanciato questa sfida: "Quanto vale la differenza fra 2021² e 1979²?"

Dopo dieci secondi di concentrazione, Alice era riuscita a dare la risposta esatta!

Quanto vale la differenza richiesta?

SOLUZIONE:

168000.

Ricordando la scomposizione della differenza tra due quadrati:

$$2021^2 - 1979^2 = (2021+1979) \times (2021-1979) = 4000 \times 42 = 168000$$

11. UN RECINTO RETTANGOLARE

Bruno possiede un vasto appezzamento di terreno delimitato da un'alta parete rocciosa e intende delimitare un campo rettangolare all'interno di tale terreno. Per la recinzione ha acquistato 50 pannelli lineari di 2 metri di lunghezza ciascuno (che non possono essere tagliati) e utilizza la parete rocciosa come uno dei lati del recinto.

Quanti metri quadrati misura, al massimo, la superficie recintata?

SOLUZIONE:

1248 m².

La linea superiore rappresenta la parete rocciosa. Indicando con x la misura dell'altezza del rettangolo (che deve essere un numero pari), la sua base misura 100-2x e l'area misura $x(100-2x)=100x-2x^2$. L'area è massima quando $4x=100$ e $x=25$. Dovendo essere un numero pari, le dimensioni del recinto possono essere 24x52 o 26x48. In entrambi i casi l'area misura 1248 m².



12. IL CONGELATORE

Anna ha acquistato un nuovo congelatore. Le sue dimensioni esterne sono 80 cm x 60 cm x 180 cm di altezza. La refrigerazione è garantita da materiale isolante che ha lo spessore di 5 cm. Il motore si trova nello spazio inferiore e occupa tutto lo spazio per 20 cm di altezza.

Quanto vale, in litri, la capacità interna del nuovo congelatore di Anna? (ricordate che 1 litro equivale a 1 dm³)

SOLUZIONE:

525 litri.

Le dimensioni interne sono: 70 cm x 50 cm x 150 cm, in decimetri: 7x5x15. Il volume misura 525 dm³ che corrispondono a 525 litri

13. FESTA DI COMPLEANNO

A una festa di compleanno sono presenti 6 persone.

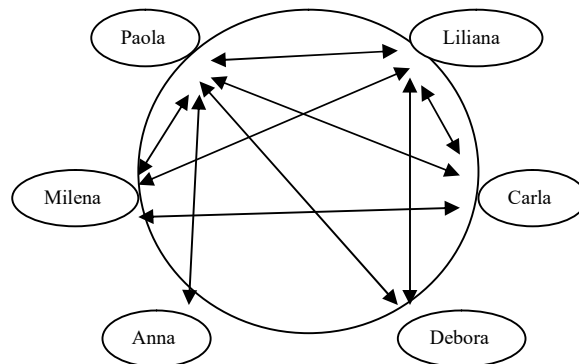
Anna si annoia perché conosce una sola altra persona; a Debora va un po' meglio perché ne conosce due, Carla ne conosce tre, Liliana ne conosce quattro e Paola cinque.

Milena, la sesta persona del gruppo, quante persone conosce?

SOLUZIONE:

Milena conosce tre persone: Paola, Milena e Carla.

Un grafo di questo tipo fornisce la soluzione. Conviene partire da Paola, poi Liliana e concludere con Carla.



14. LINEA 21

Il servizio di metropolitana della linea 21 della città di Mathcity ha una corsa che parte ogni 12 minuti da ciascuno dei due capolinea. Il servizio ha inizio contemporaneamente in entrambe i sensi di marcia. Il tragitto richiede 1 ora e 5 minuti in ciascuna direzione, ogni convoglio deve sostare almeno 5 minuti presso ogni capolinea prima di ripartire. Qual è il numero minimo di convogli necessari per fornire il servizio?

SOLUZIONE:

12 convogli.

L'intervallo minimo tra due successive partenze dallo stesso capolinea di uno qualunque dei convogli è di 140 minuti (65+5+65+5). Dall'inizio del servizio, i convogli partono 12 minuti. Il più piccolo multiplo di 12 maggiore di 140 è 144 (12x12). Necessitano pertanto, al minimo, 12 convogli.

15. CRONOMETRO A SQUADRE

In una gara a cronometro a squadre, la prima squadra è partita alle ore 12.00. Le squadre successive partono distanziate di 5 minuti l'una dall'altra.

I pettorali delle squadre sono: 1, 2, 3, 4, ma l'ordine di partenza può non corrispondere con il numero del pettorale.

Le ore di arrivo delle diverse squadre, arrivate non necessariamente nello stesso ordine di partenza, sono: 12:59, 13:02, 13:04, 13:08.

La squadra che è partita 5 minuti prima della squadra "2" e 5 minuti dopo la squadra "4" è arrivata 2 minuti dopo la squadra vincitrice. La squadra "3" è arrivata al traguardo prima della squadra "1" e due delle quattro squadre hanno impiegato meno di 50 minuti.

Qual è stata la classifica finale?

SOLUZIONE:

Nell'ordine le squadre con i pettorali: 2 – 3 – 4 - 1.

Squadra	1	4	3	2
Ora partenza	12.00	12.05	12.10	12.15
Ora arrivo	13.08	13.04	12.59	13.02
Tempo impiegato	68	59	49	47
CLASSIFICA	4°	3°	2°	1°

16. QUADRATI E CERCHI

Su un foglio bianco Angelo disegna tre quadrati e una circonferenza. Quante regioni limitate può ottenere al massimo?

SOLUZIONE:

49.

Il numero di regioni interne è sempre dato dal numero delle intersezioni aumentato di 1. Ogni quadrato incontra ogni altro quadrato, e anche la circonferenza, al massimo in otto punti. Le combinazioni di quattro figure, prese a due a due, sono 6. Le intersezioni sono $6 \times 8 = 48$ e le regioni interne sono, al massimo, 49.

