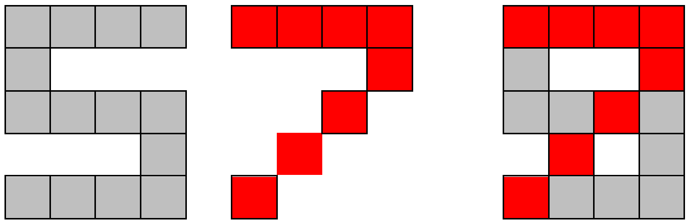
SOLUZIONI
ALLENAMENTI SEMIFINALE 2020

1. Le cifre preferite

Rimangono visibili **8** quadratini grigi



2. Dite ventitré

Sono possibili **11** coppie di numeri:

Carla	**1**	**2**	**3**	**4**	**5**	**6**	**7**	**8**	**9**	**10**	**11**
Jacopo	**22**	**21**	**20**	**19**	**18**	**17**	**16**	**15**	**14**	**13**	**12**

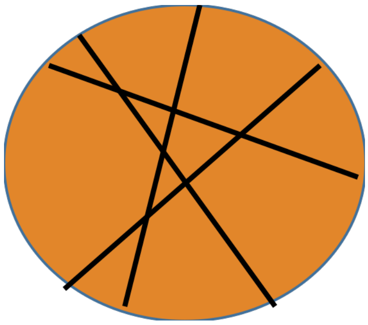
3. Gli orologi

Sono esattamente le **10.05**.

Escludiamo subito gli orologi che indicano l'ora "più indietro" (9.50) e l'ora "più avanti" (10.15). L'ora esatta si può ricavare sia da quella che ritarda di più (15 minuti dopo le 9.50), sia da quello a avanza di più (10 minuti prima delle 10.15). L'orologio che proprio non va è quello che indica le 10.00.

4. Una pizza mal tagliata

Renato otterrà al massimo **11** pezzi.
Per trovare il risultato bisogna effettuare un taglio che intersechi 4 delle sette parti.
Le 4 parti diventano 8 e, assieme alle rimanenti 3, danno gli 11 pezzi.

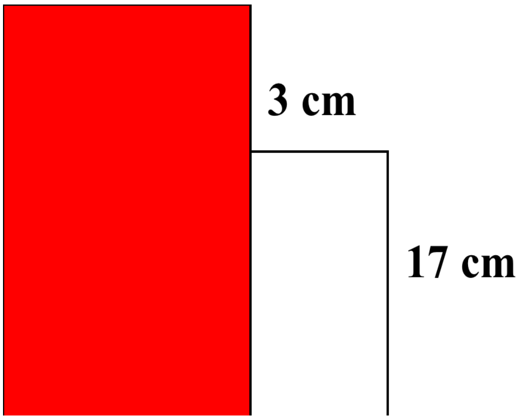


5. Da 1 a 8

Nella casella grigia andrà scritto il numero **5**.
La somma dei numeri interi da 1 a 8 vale 36; allora la somma dei quattro numeri scritti in ognuna delle due righe vale 18 (36:2) e la somma dei due numeri scritti in ognuna delle quattro colonne vale 9 (36:4). Dopo aver inserito i numeri 8, 7 e 6, nel rispetto dei valori delle due somme precedentemente calcolate, si trova che nella casella grigia va scritto il numero 5.

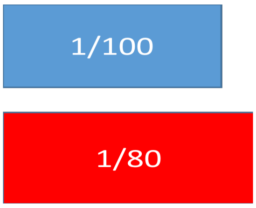
6. I due rettangoli

L'area della superficie bianca che rimane visibile è **51 cm²**



7. I puzzles

Il pannello pesa **20 kg**



Ogni tessera più piccola pesa 1/100 del pannello; ogni tessera più grande pesa 1/80 del pannello. La differenza tra questi due pesi vale 1/400 dell'intero pannello (1/80–1/100). Dato che la differenza tra i pesi dei due tipi di tessere è di 50 g, allora il pannello pesa 50×400=20.000 g cioè 20 kg.

8. Le mele

Il problema ammette due soluzioni: 85 e 169

Se togliamo una mela, ne rimane un numero che è multiplo sia di 12 che di 14, che di 21. I multipli in comune tra 12, 14 e 21 sono: 84, 168, 252, …. Aggiungendo 1 ad ognuno di questi numeri si ottiene: 85, 169, 253, …. Di tali numeri, solo 85 e 169 sono minori di 200.

9. Giocando a carte

♥♥♠♠ vale 3388

Per comodità utilizziamo le lettere al posto dei simboli:

AA×BB = CCDD

L'uguaglianza può essere scritta: 11A×11B = 1100C+11D.

Dividendo tutto per 11, si ottiene: 11A×B=100×C+D.

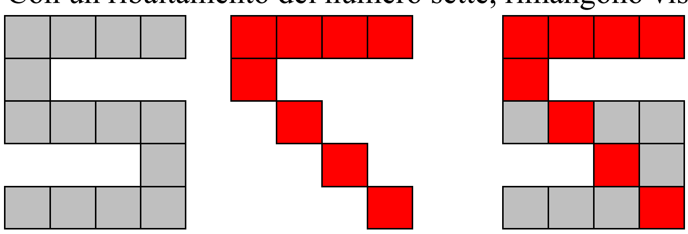
Il numero di 3 cifre C0D deve essere multiplo di 11.

Per il criterio di divisibilità per 11, C+D deve valere 11 e inoltre deve essere un multiplo delle cifre A e B.

Confrontando la cifra D con la cifra delle unità del prodotto A×B, si ricava la soluzione unica: 44×77=3388.

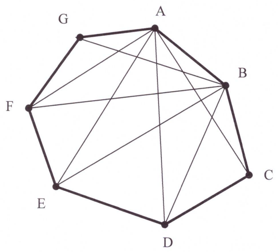
10. Adesso si può ruotare o ribaltare

Con un ribaltamento del numero sette, rimangono visibili **7** quadratini grigi.

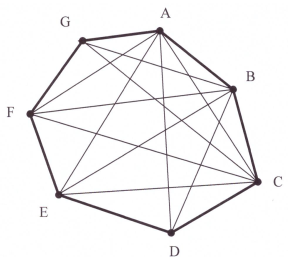


11. Di diagonale in diagonale

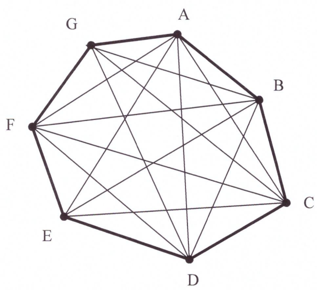
Al massimo si hanno **35** punti di intersezione tra le diagonali.



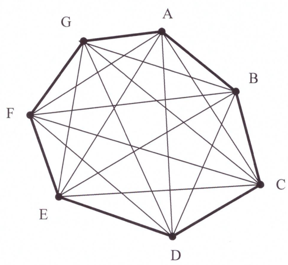
Dal vertice A tracciamo le diagonali AC, AD, AE, AF. Dal vertice B tracciamo le diagonali BD, BE, BF, BG che individuano, con le diagonali precedentemente tracciate, rispettivamente, 1, 2, 3, 4, (complessivamente 10) punti di intersezione.



Dal vertice C tracciamo le tre nuove diagonali CE, CF, CG che individuano, con le diagonali precedentemente tracciate, rispettivamente, 2, 4, 6, (complessivamente 12) punti di intersezione.



Dal vertice D tracciamo le due nuove diagonali DF, DG che individuano, con le diagonali precedentemente tracciate, rispettivamente, 3, 6 (complessivamente 9) punti di intersezione.



Dal vertice E tracciamo l'ultima diagonale EG che individua, con le diagonali precedentemente tracciate 4 punti di intersezione.
Complessivamente i punti di intersezione sono 35 (10+12+9+4).

12. I calendari di Lavinia

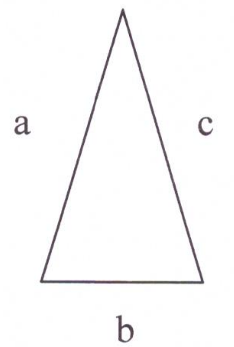
2 soluzioni 2048 – 2076

Ogni anno il giorno della settimana aumenta di uno (esempio: da giovedì a venerdì) o di due se l'anno è bisestile (esempio: da giovedì a sabato). L'anno 2020 è bisestile. Il primo anno bisestile con lo stesso calendario è allora il 2048. Capiamo così che, nel corso del secolo, gli anni hanno lo stesso calendario ogni 28 anni. Il successivo sarà allora il 2076.

13. Deve essere isoscele

Può costruire **4** diversi triangoli isosceli, rispettando il vincolo geometrico (ogni lato è minore della somma degli altri due). Essendo un triangolo isoscele, la base deve essere un numero pari e può valere solo 2 cm, 4 cm, 6 cm o 8 cm.

base b	2	4	6	8
lato a	9	8	7	6
lato c	9	8	7	6



14. Il labirinto dell'anno

Entrata

187	207	237	187
237	187	237	207
207	187	187	237
187	207	207	187
207	187	237	207

Uscita

La cifra delle unità di tutte le caselle è 7; allora si dovranno attraversare esattamente 10 caselle. Se tutte valessero 187 (punteggio minimo), il totale sarebbe 1870 e mancherebbero 150 punti. Di questi, 70 punti sono dati dalle caselle di entrata e di uscita. Ne mancano ancora 80, ottenibili attraversando esattamente altre quattro caselle da 207 punti. L'unico percorso che rispetta i diversi vincoli è quello indicato in figura.

15. Un tetraedro numerico
3 soluzioni
9 ; 7 ; 3 ; 1 (indifferente l'ordine)
9 ; 6 ; 4 ; 1 (indifferente l'ordine)
8 ; 6 ; 4 ; 2 (indifferente l'ordine)

16. Vacanze a Mathland
5 o 7 biglietti da 77 Corone.
Si tratta di studiare l'equazione in interi $63a+77b+99c+239d=2020$, dove a, b, c, d rappresentano il numero di banconote dei diversi valori. La ricerca è piuttosto lunga. Si abbrevia comunque ricordando che il numero di corone è sempre un numero dispari e che c'è almeno un pezzo per ogni valore.

Valore	239	99	77	63	
Numero	3	1	5	13	
TOTALE	717	99	385	819	2020

Valore	239	99	77	63	
Numero	1	3	7	15	
TOTALE	239	297	539	945	2020

17. Testa o croce
La probabilità è **63/256**.
La probabilità è data dal rapporto tra casi favorevoli e casi possibili: il numeratore è dato da $10!/(5!\times5!)=252$, numero delle permutazioni di dieci oggetti di cui cinque uguali tra di loro e cinque uguali tra di loro e diversi dai precedenti; il denominatore è dato da $2^{10}=1024$, numero delle disposizioni con ripetizione di due oggetti di classe dieci. Il rapporto tra casi favorevoli e casi possibili è $252/1024=63/256$.

18. Rimangono sempre quadrati
240
Dal testo risulta: $N^2 +10000 = M^2$, da cui: $M^2 - N^2 = 10000$.
Scomponendo, otteniamo: $(M+N)\times(M-N) = 10000 = 2^5\times5^5$. Tra le diverse combinazioni possibili di fattori, l'unica che soddisfa tutte le condizioni è: $M + N = 500$ e $M - N = 20$; risolvendo il sistema, ricaviamo M=260 e N=240.